

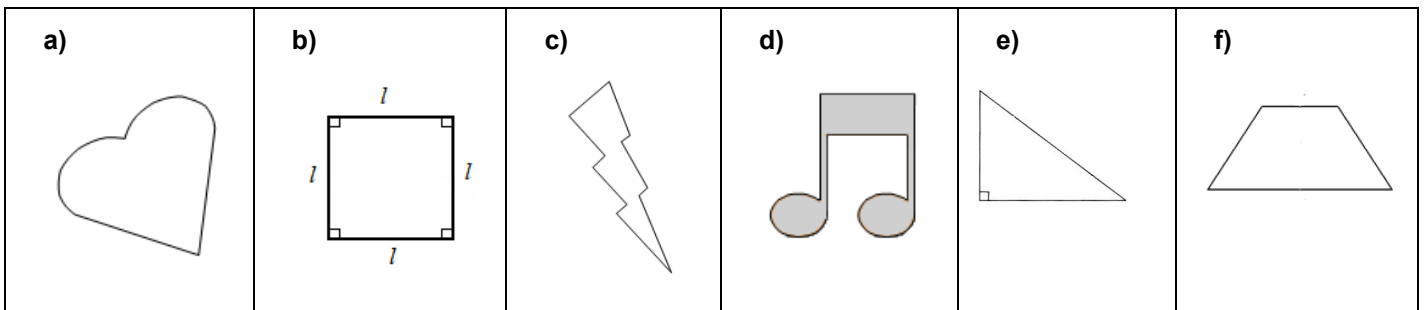
- Un **eje de simetría** es una recta que divide a una figura en dos partes donde cada punto de una parte es la **reflexión sobre la recta** de un punto en la otra parte de la figura.

A. Simetría axial

En el ejercicio introductorio se pueden apreciar diferentes **transformaciones geométricas** que se le realizaron al hexágono original para obtener el segundo hexágono. Estas son: **traslaciones**, **homotecias** que han sido estudiadas previamente, y una **rotación**, que veremos más adelante. Sin embargo, antes de esos detalles, exploraremos la posibilidad de analizar la simetría de la figura. Tenemos la siguiente definición:

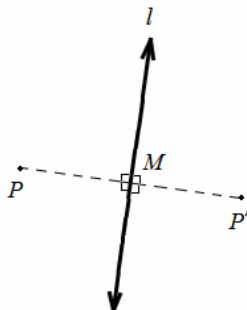
Una recta divide al plano en dos semiplanos y cuando todos los puntos en un semiplano son la reflexión de los puntos en el otro semiplano decimos que la figura presenta **simetría axial** respecto a dicho eje.

EJEMPLO 1. Determine cuáles de las siguientes figuras presentan simetría axial



En este punto debemos hacer más precisa la definición de **reflexión**.

Sea l una recta en un plano. La **reflexión** de un punto P sobre el eje de simetría l es el punto P' tal que l es la **mediatriz** de $\overline{PP'}$.



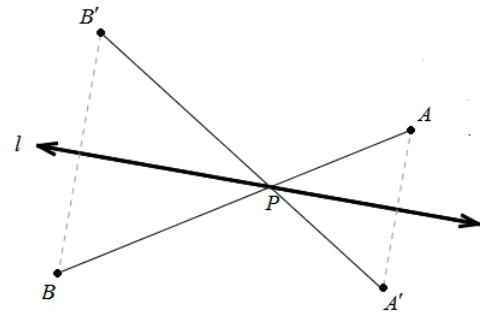
Esto significa que si M es la intersección de $\overline{PP'}$ con l , entonces, M es el punto medio de $\overline{PP'}$ y, además, $\overline{PP'} \perp l$.

La reflexión del punto P , por lo general, se denota P' y se le llama **punto simétrico** respecto a l , o bien, **homólogo** de P .

Sin embargo, la manera más usual de referirse a P' es llamándolo la **imagen** de P . En tal caso, P es la **preimagen** de P' . Además, la recta l se llama **eje de simetría**.

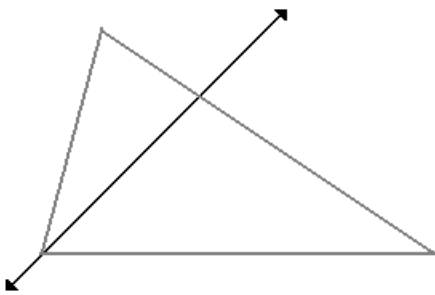
Ahora, para reflejar una figura sobre el eje de simetría tenemos que reflejar cada uno de los puntos que la forman.

En el ejemplo a continuación, la imagen de A es A' , la preimagen de B' es B y cada uno de los puntos de \overline{AB} tiene una única imagen que pertenece al segmento $\overline{A'B'}$ y, por lo tanto, decimos que la imagen del segmento \overline{AB} es el segmento $\overline{A'B'}$.

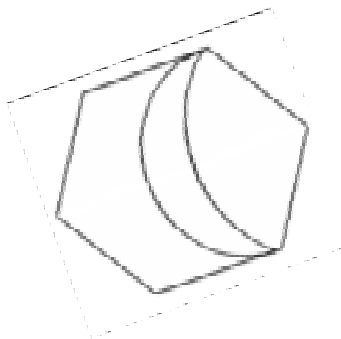


El punto P pertenece al eje de simetría y su imagen es el mismo punto. Entonces, decimos que P es un **punto fijo** de la reflexión.

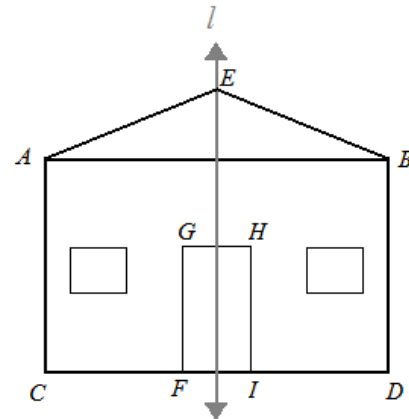
EJEMPLO 2. Refleje la figura sobre la recta dada.



EJEMPLO 3. Trace (si es posible) un eje de simetría en la siguiente figura:



EJEMPLO 4. Con base en la siguiente figura, donde se presenta una figura simétrica respecto al eje l , determine:



- La imagen de A
- La preimagen de G
- El homólogo de \overline{EA}
- Un punto fijo
- El segmento simétrico a \overline{CD}
- El homólogo de $\angle EAB$

➤ Como veremos en los ejercicios, existen figuras que tienen varios ejes de simetría y existen figuras que no tienen.

Soluciones A.

EJEMPLO 1. Determine cuáles de las siguientes figuras presentan simetría axial

a) **Sí.** Podemos ver que un corazón presenta una simetría en las curvas que lo forman independientemente de la posición en la que esté. Podemos dibujar un eje de simetría.



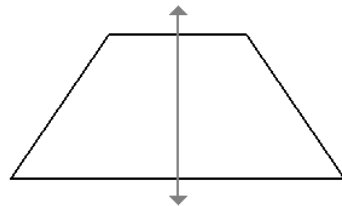
b) **Sí.** De hecho un cuadrado es una figura que presenta varios ejes de simetría. Por ejemplo, las diagonales o las rectas que unen los puntos medios de lados opuesto.

c) **No.** La figura no presenta ejes de simetría.

d) **No.** La figura no presenta ejes de simetría.

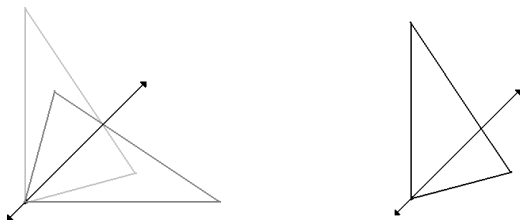
e) **No.** En general, los triángulos rectángulos no presentan simetría axial. Solamente el caso del triángulo rectángulo isósceles.

f) **Sí.** El trapecio isósceles es una figura que presente simetría axial. Al unir los puntos medios de las bases obtenemos una recta que divide al trapecio en dos figuras simétricas. Observe que otros tipos de trapecios no tienen simetría.



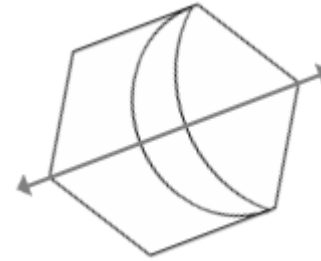
EJEMPLO 2. Refleje la figura sobre la recta dada.

La reflexión debe realizarse sobre la recta dada, y por eso es importante ir reflejando primero cada segmento para no confundirse.



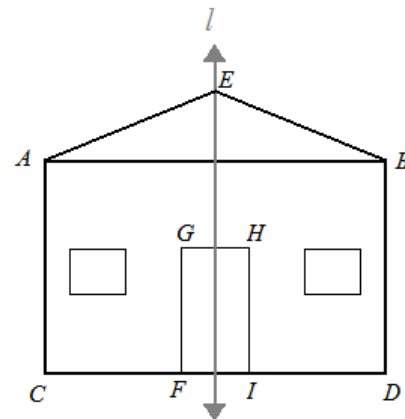
➤ En la primera figura, dibujamos la reflexión en un color más tenue y la figura original en un color más fuerte. En la segunda borramos la figura original para ver cómo queda la reflexión.

EJEMPLO 3. Trace (si es posible) un eje de simetría en la siguiente figura:



Debemos asegurarnos que al dibujar el eje de simetría todos los puntos tengan un punto simétrico

EJEMPLO 4. Con base en la siguiente figura, donde se presenta una figura simétrica respecto al eje l , determine:



a) **La imagen de A**

La imagen de A es el punto B .

b) **La preimagen de G**

Corresponde al punto H .

c) **El homólogo de \overline{EA}**

Es el segmento \overline{EB} .

d) **Un punto fijo**

E es un punto fijo porque pertenece al eje de simetría.

e) **El segmento simétrico a \overline{CD}**

\overline{CD} es un segmento simétrico a sí mismo.

f) **El homólogo de $\angle EAB$**

El ángulo $\angle EBA$.

Ejercicio A.

I PARTE: Determine cuántos ejes de simetría tiene con certeza cada una de las siguientes figuras geométricas:

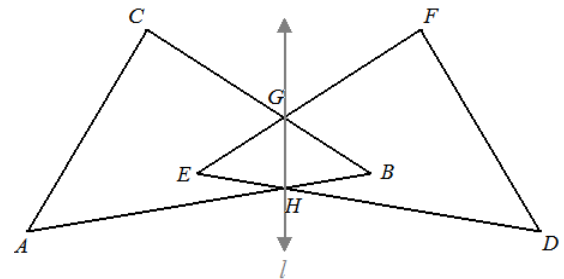
1. Un triángulo isósceles.
2. Un triángulo equilátero.
3. Un romboide.
4. Un rombo.
5. Una circunferencia.

II PARTE: En las siguientes proposiciones A', B' y P' denotan los puntos simétricos de A, B y P respectivamente, con respecto al eje de simetría l . Escribir F (falso) ó V (Verdadero) según corresponda a la proposición dada.

1. ___ La distancia de P a P' es el doble de la distancia de P a l .
2. ___ Si A y B son puntos cualesquiera, $\overline{AB'} \perp \overline{A'B}$.
3. ___ El segmento $\overline{A'B'}$ es simétrico a \overline{AB} .
4. ___ Si A, O y B son puntos cualesquiera, $\angle AOB \cong \angle A'O'B'$.
5. ___ La recta $\overline{AA'}$ es la mediatriz de l .
6. ___ La imagen de un punto que está sobre el eje de simetría coincide con ese punto

III PARTE: Con base en la siguiente figura, donde se presenta una figura simétrica respecto al eje l , determine:

- | | |
|-------------------------------------|---|
| 1. La imagen de A . | 6. Un segmento congruente con \overline{BD} . |
| 2. La preimagen de C . | 7. Dos puntos fijos. |
| 3. La imagen de E . | 8. El homólogo de $\angle GHE$. |
| 4. El homólogo de \overline{BC} . | 9. El segmento simétrico a \overline{CD} . |
| 5. El homólogo de \overline{GF} . | 10. El homólogo de $\angle CEA$. |



IV PARTE: Refleje las siguientes figuras sobre el eje de simetría dado.

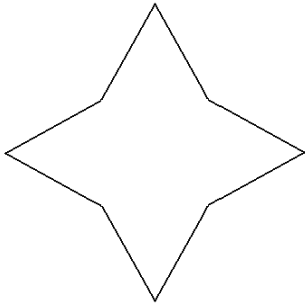
<p>1.</p>	<p>3.</p>	<p>5.</p>
<p>2.</p>	<p>4.</p>	<p>6.</p>

V PARTE: En las siguientes figuras dibuje un eje de simetría (si existe).

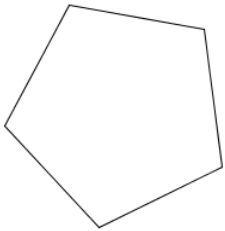
1.



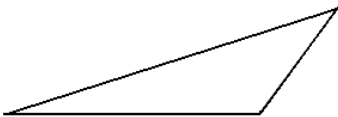
2.



3.



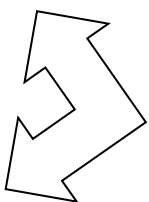
4.



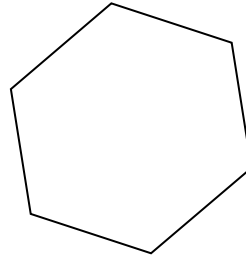
5.



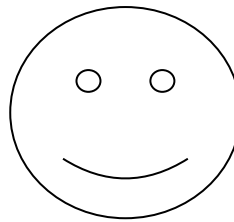
6.



7.



8.



9.



10.



11.

